Valeur Actuelle Nette (VAN) et Taux Interne de Rentabilité (TIR)

1. Notion de valeur actuelle nette

La valeur économique d'un actif, financier (action, obligation…) ou non (immeuble, terrain, machine…) est égale à la somme des flux de trésorerie futurs actualisés que cet actif va procurer à son propriétaire.
Soit :
- V_0 : valeur actuelle de l'actif
- CF_t : flux de trésorerie (ou *cash flow*) généré dans *t* années
- n : durée de vie, ou d'utilisation de l'actif
- K : taux d'actualisation

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+K)^t}$$

Si les flux de trésorerie sont constants : $CF_1 = CF_2 = \ldots = CF_n = a$

Dès lors :

$$V_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{a}{(1+K)^t} = a\sum_{t=1}^{n}(1+K)^{-t} = a\sum_{t=1}^{n}[(1+K)^{-1}]^t = a.(1+K)^{-1}.\frac{1-[(1+K)^{-1}]^n}{1-(1+K)^{-1}}$$

$$V_0 = a.\frac{1}{1+K}.\frac{1-(1+K)^{-n}}{1-\frac{1}{1+K}} = a.\frac{1}{1+K}.\frac{1-(1+K)^{-n}}{\frac{1+K-1}{1+K}}$$

Finalement :

$$V_0 = a.\frac{1-(1+K)^{-n}}{K}$$

La durée de vie d'une obligation peut être infinie ; l'obligation alors est perpétuelle : elle ne sera jamais remboursée (sauf si l'emprunteur en prend lui-même l'initiative) et permettra à son propriétaire, l'obligataire, de recevoir des intérêts *ad vitam eternam*. Dans ce cas, en supposant que $K > 0$:

$$\lim_{n\to\infty}(1+K)^{-n} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{(1+K)^n} = 0$$

Ainsi : $V_0 = \frac{a}{K}$

A titre illustratif, pour une obligation à taux fixe dont la valeur nominale (prix à payer par le souscripteur le jour de l'émission) est de 1000 € et le taux facial (prévu contractuellement) de 5%, le montant des intérêts à percevoir chaque année est de 5% x 1000 = 50 €, quel que soit l'évolution des taux sur le marché obligataire.

Si le taux de référence est porté à 6%, la valeur de l'obligation est ramenée à $\frac{50}{0{,}06} = 833$ €, tandis que si le taux de référence est ramené à 4%, la valeur de l'obligation est portée à $\frac{50}{0{,}04} = 1250$ €. La hausse des taux se traduit donc bien par la baisse de la valeur du titre ; réciproquement, la baisse des taux se traduit par la hausse de la valeur du titre.

Dans l'hypothèse où l'actif est une obligation à remboursement *in fine*, les flux de trésorerie annuels correspondent aux seuls paiements des intérêts. La dernière année, le montant du remboursement de l'obligation s'ajoute au paiement des intérêts.

Dans l'hypothèse où l'actif est un immeuble mis en location par une société foncière, les flux de trésorerie corespondent aux loyers futurs réduits des charges de fonctionnement de la société foncière. La dernière année, le prix de revente estimé de l'immeuble, s'ajoute au montant des loyers nets des charges de fonctionnement.

Pour décider de réaliser un investissement, l'entreprise compare la valeur actuelle V_0 de l'actif qu'elle envisage d'acquérir au montant de l'investissement I_0 à décaisser pour obtenir cet actif. La différence entre la valeur économique V_0 pour l'entreprise et l'investissement I_0 est la valeur actuelle nette ou VAN de l'investissement :

$$VAN = V_0 - I_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+K)^t} - I_0$$

Le montant de l'investissement I_0 à réaliser est une valeur économique ; la valeur actuelle V_0 de l'actif aussi. Cette dernière différe d'une société à une autre car elle dépend du taux d'actualisation *K* qui est propre à chaque entreprise.

Si VAN > 0, alors la valeur économique de l'actif à acquérir est plus élevée que le montant de l'investissement à réaliser. L'investissement est alors créateur de valeur actionnariale. En effet, le patrimoine de l'entreprise augmente à hauteur de la VAN ce qui enrichit d'autant les actionnaires. L'investissement est alors acceptable.

En revanche si VAN < 0 alors l'investissement doit être écarté.

Par ailleurs, entre 2 investissements acceptables (c'est-à-dire à VAN positive), il convient de retenir celui qui a la VAN la plus élevée.

2. Détermination du taux d'actualisation

Le taux d'actualisation K est le coût moyen pondéré des ressources financières de l'entreprise. On parle alors souvent de coût moyen pondéré du capital car il s'agit du coût des ressources mobilisées par l'entreprises pour financer son capital économique, c'est-à-dire pour financer (ou payer) son outil de production (machines, immeubles, terrains) et ses autres actifs.

Ces ressources sont la dette et les capitaux propres :

- La dette est levée auprès de deux catégories de prêteurs : les banques et des obligataires qui facturent, à l'entreprise emprunteuse, des intérêts. Le montant des intérêts dépend du montant emprunté, de la durée de l'emprunt et du taux d'intérêt. Le taux d'intérêt est calibré par le prêteur en fonction de 2 paramètres :

    - D'une part le « taux sans risque » (*risk free rate* en anglais et noté r_f), c'est-à-dire du taux auquel l'emprunteur le moins risqué, l'Etat, peut s'endetter. En décembre 2017, en France, le coût de la dette de l'Etat, qui se finance à 10 ans en émettant des obligations assimilables du Trésor (OAT, *Treasury Bonds* en anglais) remboursables dans 10 ans, est de 0,6%.

    - D'autre part un complément de rémunération au-delà du taux sans risque, ou marge (*spread* en anglais), par rapport au taux sans risque. Cette marge dépend de l'appréciation, par le prêteur, du risque de défaillance de l'emprunteur. Robert Merton, Prix Nobel d'Economie en 1997, a proposé une formule de détermination de la marge fondée sur un modèle à base d'options qui suppose la log-normalité de la distribution de la valeur des actifs de l'entreprise (« *On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates* », The Journal of Finance, 1974). Si le coût de la dette est de 3,6%, la marge, par rapport au taux des OAT de 0,6% est de 3,0%.

- Les capitaux propres correspondent à la richesse accumulée dans l'entreprise depuis sa création. Leur montant reviendrait aux actionnaires en cas de liquidation de l'entreprise :

    - A sa création, les actionnaires injectent du capital dans l'entreprise et constituent alors le capital social : ainsi, les actionnaires reçoivent des actions en échange du montant de trésorerie investi dans l'entreprise. Le montant des capitaux propres est alors égal au capital social. Ensuite, chaque année, l'entreprise distribue seulement une partie de ses bénéfices sous forme de dividendes à ses actionnaires. La part de dividendes non distribués est mise en réserve. Les capitaux propres correspondent alors au capital augmenté de la somme des mises en réserves.

    - De même que les créanciers (banques et obligataires) ont une exigence de rémunération, ce qui se traduit par la « facturation » d'un coût de la dette (3,6% ci-dessus) à l'entreprise, les actionnaires ont également une exigence de rendement. Le risque pris par les actionnaires est plus élevé que celui pris par les créanciers ; il est, en particulier, supérieur au risque pris par le prêteur à l'Etat qui souscrit à des OAT et obtient, en rémunération, le taux sans risque.

L'actionnaire exige donc une rémunération égale au taux sans risque r_f augmenté d'une prime de risque. Cette prime de risque est doublement justifiée :

- d'une part, la détention d'une action est plus risquée que l'octroi d'un crédit car l'action, contrairement au crédit, n'a pas de date d'échéance ; aussi, si l'actionnaire souhaite récupérer sa mise, il ne peut que revendre son action, ce qui l'oblige à se confronter à la loi du marché ; en revanche, l'obligataire qui souhaite récupérer sa mise peut soit revendre son obligation en se confrontant, lui aussi, à la loi du marché, soit attendre le remboursement de l'obligation à l'échéance. Dans ce cas, il récupère intégralement le montant investi ;

- d'autre part, le rendement attendu d'une action dépend des caractéristiques propres à la société émettrice ; il s'agit notamment de ses perspectives de croissance et d'évolution de sa rentabilité

- William Sharpe a théorisé le rendement espéré d'une action $\mathrm{E}(R_i)$ pour l'actionnaire (« *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk* », Journal of Finance, 1964) qui correspond au coût k des capitaux propres pour l'entreprise : le rendement espéré de l'action *i* est ainsi égal au taux sans risque r_f augmenté d'une prime de risque qui correspond à la prime de risque du marché $E(R_M) - r_f$ pondérée par un coefficient β_i propre à l'action *i*. En d'autres termes :

  $$k = \mathrm{E}(R_i) = r_f + \beta_i\left[E(R_M) - r_f\right].$$

  Cette expression est dérivée de la formule correspondant à l'équation d'une droite de régression issue de la méthode des moindres carrés :

  $R_i = \alpha_i + \beta_i . R_M + \varepsilon_i$ où α_i et β_i sont des constantes réelles ; ε_i est un terme dit d'erreur aléatoire qui est supposé suivre une loi normale centrée réduire : $\varepsilon_i \hookrightarrow \mathcal{N}(0,1)$.

  - Comme $E(\varepsilon_i) = 0, E(R_i) = \alpha_i + \beta_i . E(R_M)$.
  - L'équation $R_i = \alpha_i + \beta_i . R_M + \varepsilon_i$ peut être vérifiée empiriquement
  - D'après la méthode des moindres carrés : $\beta_i = \frac{cov(R_i, R_M)}{V(R_M)}$
  - β_i est le coefficient de volatilité de l'action *i* et reflète son risque. Il exprime dans quelle mesure une variation du rendement R_M du marché se répercute sur le rendement R_i de l'action *i*. Si $\beta_i > 1$, l'action est agressive : les variations du rendement du marché sont amplifiées au niveau de l'action i ; Si $\beta_i < 1$, l'action est défensive : les variations du rendement du marché sont atténuées au niveau de l'action i ; Si $\beta_i = 1$, l'action « réplique » le marché.

- Le lien entre les 2 formules $E(R_i) = \alpha_i + \beta_i . E(R_M)$ d'une part, $\mathrm{E}(R_i) = r_f + \beta_i \left[E(R_M) - r_f\right]$ d'autre part, peut être obtenu ainsi : soit un portefeuille composé d'une OAT et d'un titre qui réplique le marché. Le poids de l'OAT d'une part, du titre répliquant le marché d'autre part, dans la composition du portefeuille sont respectivement X_f et X_M.

  - La somme des coeffcients de pondération est égale à 1 : $X_f + X_M = 1$. Donc : : $X_f = 1 - X_M$
  - Soit R_P le rendement du portefeuille et β_P son coefficient de volatilité. Dans ce cas :

    $$R_P = X_f . r_f + X_M . R_M$$

    Il est possible de remplacer les rendements de la formule ci-dessus par les coefficients de volatilité. En effet : soit, plus généralement, un portefeuille *P* composé de *n* actifs caractérisés par leurs rendements qui définissent une suite de variables aléatoires $R_1, R_2, \dots R_n$ et qui entrent respectivement pour des proportions $X_1, X_2, \dots X_n$ dans la composition du portefeuille, $X_1, X_2, \dots X_n$ étant donc des constantes réelles. En d'autres termes :

    $$R_P = \sum_{i=1}^{n} X_i . R_i$$

    Dans ce cas, en revenant à la formule du coeffcient de la droite de régression par la méthode des moindres carrés et en utilisant la propriété de linéarité à gauche de la covariance :

    $$\beta_P = \frac{cov(R_P, R_M)}{V(R_M)} = \frac{cov(\sum_{i=1}^{n} X_i . R_i , R_M)}{V(R_M)}$$

    $$\beta_P = \sum_{i=1}^{n} X_i . \frac{cov(R_i, R_M)}{V(R_M)} = \sum_{i=1}^{n} X_i . \beta_i$$

    Finalement :

    $$R_P = \sum_{i=1}^{n} X_i . R_i \Rightarrow \beta_P = \sum_{i=1}^{n} X_i . \beta_i$$

    Dès lors, pour le porfeuille ayant 2 actifs :

    $$\beta_P = X_f . \beta_f + X_M . \beta_M = X_f . 0 + X_M . 1 \Rightarrow X_M = \beta_P$$

    Or β_f reflète le risque de l'OAT qui est un titre non risqué ; donc $\beta_f = 0$. Donc :

    $$\beta_P = X_f . 0 + X_M . 1 \Rightarrow X_M = \beta_P$$

Ainsi : $R_P = X_f.r_f + \beta_P.R_M = (1 - X_M)r_f + \beta_P.R_M$

Par conséquent : $R_P = (1 - \beta_P)r_f + \beta_P.R_M$

Finalement : $R_P = r_f + \beta_P(R_M - r_f)$

Et : $E(R_P) = r_f + \beta_P\left[E(R_M) - r_f\right]$

Le taux d'actualisation *K* a été défini comme le coût moyen pondéré des ressources financières de l'entreprise. En notant *k* le coût des capitaux propres et *i* le coût de la dette, on alors :

$K = k.\frac{CP}{CP+D} + i.\frac{D}{CP+D}$ où *CP* est la valeur des capitaux propres et *D* celle de la dette.

A titre illustratif, soit une entreprise A financée à 60% par capitaux propres et à 40% par dette. Le coût de ses capitaux est de 8% et le coût de sa dette de 3%. Le coût moyen pondéré K de son capital est alors égal à 60%.8% + 40%.3%=6%. Elle envisage un projet d'investissement d'un montant de 400 qui permettra de générer chaque année, pendant 5 ans, des flux de trésorerie de 100. La VAN de ce projet est : $100.\frac{1-(1+0,06)^{-5}}{0,06} - 400 = 421 - 400 = 21.$ En d'autres termes, en investissant 400, l'entreprise achète un bien dont la valeur économique, pour l'entreprise, est de 421 ; cela augmente ainsi la fortune des actionnairs de 21. L'investissement permet alors une création de valeur actionnariale à hauteur de 21.

Soit une autre entreprise, B, située dans un autre pays où le coût des ressources est plus élevé ; le coût moyen pondéré de ses ressources est de 10% Dans ce cas, la VAN du même projet est de : $100.\frac{1-(1+0,1)^{-5}}{0,1} - 400 = -21.$ L'entreprise écartera alors l'investissement qui détruit de la valeur actionnariale, sauf si la génération de cash flows annuels peut être augmentée à un niveau qui rend VAN positive.

La hausse des taux d'intérêt se traduit par une augmentation du taux d'actualisation donc par une baisse de la valeur économique des actifs. La hausse des taux fait donc baisser les VAN et peut, selon son ampleur, les rendre négatives, ce qui conduit les entreprises à écarter des investissements. L'accumuation de stock de capital (machines, immeubles, terrains…) est donc une fonction décroissante des taux d'intérêt.

Les politiques monétaires conventionnelles de baisse des taux, ou non conventionnelles (assouplissement quantitatif) ont donc vocation à soutenir l'investissement productif. Toutefois, en l'absence d'opportunités d'investissements compatibles avec le degré d'aversion au risque des entreprises, ces dernières ont tendance, lorsqu'elles sont cotées, à s'endetter pour racheter leurs propres actions en vue de les annuler. Les frais financiers engendrés par l'endettement réduisent marginalement le résultat net de l'entreprise qui procède à de tels rachats. Mais l'annulation des actions des actions rachetées réduit les capitaux propres ce qui permet d'améliorer sa rentabilité financière. De même, la diminution du nombre d'actions permet d'augmenter le bénéfice par action (BPA = bénéfice / nombre d'actions) ce qui fait mécaniquement progresser son cours de bourse.

3. Le taux interne de rendement ou taux de rendement interne (TIR ou TRI)

Les fonds d'investissement (*private equity funds* ou *PE funds* en anglais) préfèrent le crtitère du TRI à la VAN.

Le TRI est le taux d'actualisation qui permet d'égaliser d'une part le montant I_0 de l'investissement, d'autre part la somme des flux de trésorerie futurs actualisés que cet investissement va générer. En d'autres termes :

$$TRI = i, \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+i)^t} = I_0 \Leftrightarrow \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+i)^t} - I_0 = 0 \Leftrightarrow VAN = 0$$

Le *TRI* est donc le taux d'actualisation qu'il convient de retenir pour annuler la VAN. C'est aussi le taux de rendement annuel moyen de l'investissement.

Keynes parle, à ce sujet, dans le chapitre 11 de sa « Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie », d'*efficacité marginale du capital* qu'il définit comme « le taux d'escompte qui, appliqué à la série d'annuités constituées par les rendements escomptés de ce capital pendant son existence entière, rend la valeur actuelle des annuités égale au prix d'offre de ce capital ».

Entre 2 investissements, l'entreprise retient celui qui a le TRI le plus élevé.

A titre illustratif, soit un investissement de 100 qui génèrera un flux de trésorerie unique, dans un an, égal à 110. Dans ce cas, le *TRI* est le taux d'actualisation *i* tel que :

$$\frac{110}{1+i} = 100 \Leftrightarrow 110 = 100(1+i) \Leftrightarrow i = \frac{110}{100} - 1 = 0{,}1 = 10\%$$

Le rendement annuel de l'investissement est donc de 10%.

Les fonds d'investissement ont un objectif de TRI de 20% et de détention des sociétés qu'ils achètent de 3 ans. En d'autres termes, ils recherchent des sociétés cibles qui permettront à leurs investissements d'obtenir des rendements annuels moyens de 20% par an pendant 3 ans.

Le montant de leur investissement dans le cadre d'une acquisition donnée est alors issu de la formule suivante :

$$I_0 = \sum_{t=1}^{3} \frac{CF_t}{(1+20\%)^t} = \frac{CF_1}{1{,}2^1} + \frac{CF_2}{1{,}2^2} + \frac{CF_3}{1{,}2^3}$$

Pour s'assurer un taux de rendement annuel moyen de 20%, alors que le taux de rendement d'un placement sur un livret A est seulement de 0,75% par an, les fonds d'investissement interviennent dans le cadre d'opérations de leverage buy out (LBO), c'est-à-dire d'opérations à effet de levier.

4. L'effet de levier

De façon générale, une entreprise profite de l'effet de levier lorsque l'augmentation de son endettement améliore sa rentabilité financière.

La rentabilité financière, habituellement notée R_f, est le rendement des capitaux propres CP. En notant RN le résultat net (appelé bénéfice si RN > 0 et perte si RN < 0), $R_f = \frac{RN}{CP}$

La rentabilité économique, habituellement notée R_e, est le rendement des actifs. En notant REX le résultat d'exploitation, $R_e = \frac{REX}{Actifs}$. Or le montant des actifs est égal au montant des ressources qui les financent, à savoir les capitaux propres CP et la dette financière D.
Ainsi : $R_e = \frac{REX}{CP+D}$

Le résultat d'exploitation est le résultat généré par l'activité courante de l'entreprise. Il ne prend notamment pas en compte les frais financiers engendrés par l'endettement. Le REX correspond donc, pour l'essentiel, au montant des ventes (ou chiffres d'affaires) réduit des charges de fonctionnement de l'entreprise (loyers, salaires….).

En négligeant la fiscalité (sa prise en compte n'a pas d'impact sur la capacité de l'entreprise à profiter de l'effet de levier), le résultat net correspond au résultat d'exploitation diminué des frais financiers. Or les frais financiers sont égaux au coût de la dette *i* appliqué à la dette financière *D*.

Dès lors :

$$R_f = \frac{RN}{CP} = \frac{REX - iD}{CP} = \frac{REX - iD}{CP + D} . \frac{CP + D}{CP} = \left(\frac{REX}{CP + D}\right)\left(1 + \frac{D}{CP}\right) - \frac{iD}{CP + D}\frac{CP + D}{CP}$$

$$R_f = R_e\left(1 + \frac{D}{CP}\right) - i\frac{D}{CP}$$

Ainsi :

$$R_f = R_e + (R_e - i)\frac{D}{CP}$$

Cette formule souligne que si le poids de la dette D dans le financement augmente, alors la rentabilité financière augmente aussi à condition que $R_e - i > 0$, c'est-à-dire à condition que la rentabilité des actifs soit supérieure au coût de la dette.

A titre illustratif, l'endettement à 3% pour acquérir un actif (par exemple une obligation) qui rapporte 5% permet de générer un profit et d'améliorer ainsi la rentabilité financière de l'entreprise.

En période de faible taux d'intérêt, voire de taux négatifs, les entreprises sont incitées à recourir à l'effet de levier car la rentabilité des actifs, même limitée, est généralement supérieur au coût de la dette.