

Probabilités : lois usuelles

La probabilité d'un succès est p et la probabilité d'un échec est $q = 1 - p$; le support des variables discrètes (1^{er} tableau) est composé uniquement de nombres entiers. (*) signifie : « loi hors programme » ; dans ce cas, les résultats doivent être établis

Nom de la loi discrète	Formulation	Support $X(\Omega)$	$P(X = k)$	$E(X)$	$V(X)$
Uniforme	$X \hookrightarrow U([1, n])$	$[1, n]$	$\frac{1}{n}$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$
Bernoulli	$X \hookrightarrow B(p)$	$\{0,1\}$	$P(X = 1) = p$ $P(X = 0) = q$	p	pq
Binomiale	$X \hookrightarrow B(n, p)$	$[0, n]$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq
Géométrique	$X \hookrightarrow G(p)$	N^*	$q^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Poisson	$X \hookrightarrow P(\lambda)$	N	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ
Pascal (*)	$X \hookrightarrow P(r, p)$	$[r, +\infty[$	$\binom{k-1}{r-1} p^r q^{k-r}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{rq}{p^2}$
Binomiale négative (*)	$X \hookrightarrow J(r, p)$	N	$\binom{k+r-1}{k} p^r q^k$	$\frac{rq}{p}$	$\frac{rq}{p^2}$

Lois de probabilité continues du programme

Nom de la loi continue	Formulation	Densité	Fonction de répartition	E(X)	V(X)
Uniforme	$X \hookrightarrow U([a, b])$	$\begin{cases} x < a \Rightarrow f(x) = 0 \\ a \leq x \leq b \Rightarrow f(x) = \frac{1}{b-a} \\ x > b \Rightarrow f(x) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x < a \Rightarrow F(x) = 0 \\ a \leq x \leq b \Rightarrow F(x) = \frac{x-a}{b-a} \\ x > b \Rightarrow F(x) = 1 \end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a-b)^2}{12}$
Exponentielle	$X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$	$\begin{cases} x < 0 \Rightarrow f(x) = 0 \\ x \geq 0 \Rightarrow f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{cases}$	$\begin{cases} x < 0 \Rightarrow F(x) = 0 \\ x \geq 0 \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \end{cases}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Normale centrée réduite	$X \hookrightarrow N(0,1)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$	0	1
Normale	$X \hookrightarrow N(m, \sigma^2)$	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$	$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} dt$	m	σ^2

Lois de probabilité continues hors programme

S'agissant de lois hors programme, les résultats doivent être établis

Nom de la loi	Formulation	Densité	E(X)	V(X)
Log-normale	$\ln X \hookrightarrow N(m, \sigma^2)$	$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0$ $x > 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - m}{\sigma} \right)^2}$	$e^{m + \frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2m + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$
Beta	$X \hookrightarrow B(a, b)$	$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0$ $0 < x < 1 \Rightarrow f(x) = C x^{a-1} (1-x)^{b-1}$ $x \geq 1 \Rightarrow f(x) = 0$	$\frac{a}{a+b}$	$\frac{ab}{(a+b-1)(a+b)^2}$
Gamma	$X \hookrightarrow \Gamma(a, \nu)$	$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0$ $x > 0 \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{a}} x^{\nu-1}}{\Gamma(\nu) a^\nu}$	$a\nu$	$a^2\nu$
Khi-2	$X \hookrightarrow \chi^2(\nu)$	$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0$ $x > 0 \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{\nu}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) 2^{\frac{\nu}{2}}}$	1	2

Note : $C = \frac{(a+b-1)!}{(b-1)!(a-1)!}$; $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$