

Compléments sur les variables aléatoires réelles quelconques

1. Indépendance de deux variables aléatoires réelles quelconques

- a. 2 variables aléatoires réelles X et Y sont indépendantes si et seulement si :
$$P([X \in I] \cap [Y \in J]) = P([X \in I]) \cdot P([Y \in J])$$
- b. Généralisation à un ensemble fini ou à une suite de variables aléatoires réelles quelconques

2. Lemme des coalitions (admis)

Si X_1, X_2, \dots, X_n sont indépendantes, toute variable aléatoire fonction de X_1, X_2, \dots, X_p est indépendante de toute variable aléatoire fonction de $X_{p+1}, X_{p+2}, \dots, X_n$

3. Espérance d'une somme de variables aléatoires

- a. Si X et Y admettent une espérance, $X + Y$ admet une espérance et $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
- b. Généralisation à n variables aléatoires

4. Croissance de l'espérance

Si $P[X \leq Y] = 1$ alors $E(X) \leq E(Y)$

5. Espérance du produit de variables aléatoires indépendantes

- a. Si X et Y admettent une espérance et sont indépendantes, XY admet une espérance et $E(XY) = E(X)E(Y)$
- b. Généralisation à n variables aléatoires indépendantes

6. Variance d'une somme de variables aléatoires indépendantes

- a. Si X et Y sont indépendantes et admettent une variance, $X + Y$ admet une variance et $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$
- b. Généralisation à n variables aléatoires indépendantes